Materielle Prüfung zur Zulassung zum Masterstudiengang Maschinenbau – Mechanical and Process Engineering



15. August 2017

Studiendekan Prof. Dr. Steffen Hardt

Nachname:								
Vorname:								
Geburtsdatum:				Bewer	bernum	mer:		
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Punkte	/ 10	/ 10	/ 10	/10	/10	/10	/10	/70

Allgemeine Hinweise

- Tragen Sie Ihren Nachnamen, Ihren Vornamen sowie Ihr Geburtsdatum auf jeder Seite ein.
- Die **Prüfungszeit** beträgt 120 Minuten. Sie müssen bis zum Schluss im Raum bleiben.
- Jeweils nur eine Person darf zu einem Zeitpunkt den Raum verlassen. Während diese Zeit müssen Sie die Klausur bei der Aufsichtsperson abgeben.
- Legen Sie bitte vor Beginn der Prüfung Ihren **Personalausweis** oder **Reisepass** auf den Tisch. Mobiltelefone etc. müssen ausgeschaltet werden, Taschen und Jacken dürfen nicht auf dem Tisch liegen.
- Hilfsmittel sind nicht zugelassen. Studierende, deren Muttersprache nicht Deutsch ist, dürfen die bereit gestellte Wortliste benutzen. Auf der Liste dürfen nur die Übersetzungen der einzelnen Wörter vermerkt sein. Andere Anmerkungen und Notizen, wie bspw. Formeln sind nicht gestattet! Die Liste muss nach Beendigung der Klausur gemeinsam mit den Aufgaben und Lösungsblättern abgegeben werden.
- Die Aufgaben müssen auf den Aufgabenblättern auf dem vorgesehenen Platz beantwortet werden. Zusätzliche Blätter finden Sie im Anhang. Schreiben Sie auf diesen Blätter immer die jeweilige Aufgabennummer. Sie dürfen keine eigenen Blätter benutzen.
- Sie müssen dokumentenechte Stifte verwenden (keine Bleistifte sondern nur Kugelschreiber oder Filzstifte!).
- Rechenwege müssen explizit mit Gleichung und Ergebnis angegeben werden, Lösungen ohne Rechenweg werden nicht bewertet.
- Bei unterschiedlichen Lösungen ist die zu bewertende zu markieren. Bei mehreren, nicht eindeutig markierten Lösungen wird keine bewertet.
- Wenn Sie nicht erlaubte Hilfsmittel verwenden oder sich von anderen helfen lassen bzw. abschreiben, ist das ein Betrugsversuch. Ein eingeschaltetes Mobiltelefon gilt auch als Betrugsversuch. Die Prüfung wird dann sofort beendet und mit Nicht bestanden bewertet.

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

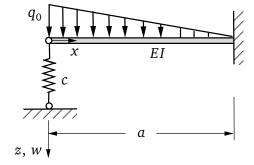
1 Technische Mechanik

a) Euler-Bernoulli-Balken

(3 Punkte)

Ein Balken der Länge a mit der Biegesteifigkeit EI ist wie rechts dargestellt gelagert sowie belastet.

Gegeben: a, EI, q_0, c



Geben Sie die Differentialgleichung vierter Ordnung des Euler-Bernoulli-Balkens an.

$$EIw^{IV} =$$

Lösung:

$$EIw^{IV} = q_0 - \frac{q_0}{a}x \tag{1 Punkt}$$

Geben Sie die notwendigen Randbedingungen zur Berechnung der Biegelinie an.

Lösung:

$$w\left(x\!=\!a\right)\ =0\,,\, (0.5\ \mathrm{Punkt})$$
 $w''\left(x\!=\!0\right)\ =0\,,\, (0.5\ \mathrm{Punkt})$ $w'\left(x\!=\!a\right)\ =0\,,\, (0.5\ \mathrm{Punkt})$ $-EIw'''\left(x\!=\!0\right)\ =c\,w\left(x\!=\!0\right)\, (0.5\ \mathrm{Punkt})$

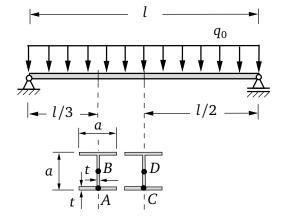
Name, Vorname:

Geburtsdatum:

b) Schubfluss

(1 Punkt)

An welchem der Punkte A, B, C oder D ist die Schubspannung in den Querschnitten des dünnwandigen Trägers betragsmäßig am größten?



Kreuzen Sie den richtigen Punkt an.

A	B	C	D

Lösung:

$$\begin{array}{c|cccc} A & B & C & D \\ \hline & X & & & \end{array}$$

Name, Voi	rname:	Geburtsdatui

c) Mohrscher Kreis (2.5 Punkte)

Kreuzen Sie pro Spalte die eine richtige Lösung an.

Spannungs- zustand Mohrscher Kreis	$ \sigma_1 = \sigma_0 \\ \sigma_2 = \sigma_0 $	$\sigma_x = \sigma_0$ $\sigma_y = -2\sigma_0$ $\tau_{xy} = 0$	$\begin{array}{c c} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & $	$\begin{array}{c c} \sigma_0 & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \hline & \bullet & \sigma_0 \end{array}$	$ \begin{array}{c c} \uparrow \sigma_0 \\ \hline \sigma_0 \\ \hline \downarrow \sigma_0 \end{array} $
σ_0 σ_0 σ					
σ_0 σ_0 σ					
σ_0 σ					
$2\sigma_0$ σ_0 σ					
σ_0 σ_0					

lame, Vorname:	
----------------	--

Lösung:

Hinweis: 0.5 Punkt pro richtig ausgefüllter Spalte.

Spannungs- zustand Mohrscher Kreis	$\sigma_1 = \sigma_0$ $\sigma_2 = \sigma_0$		$\begin{array}{c c} & \sigma_0 \\ & \sigma_0 \\ \hline & \sigma_0 \end{array}$		$\begin{array}{c c} & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \\ \hline & & & &$
σ_0 σ_0 σ				X	X
σ_0 σ_0 σ					
σ_0 σ	X				
$-2\sigma_0$ σ_0 σ		X			
σ_0 σ			X		

Name, Vorname:

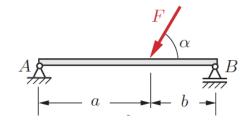
Geburtsdatum:

d) Lagerreaktionen

(3.5 Punkte)

Der in der Abbildung dargestellte Balken ist durch eine Kraft F belastet, die unter dem Winkel α angreift.

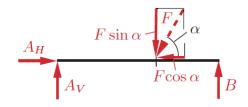
Zeichnen Sie das Freikörperbild, geben Sie die notwendigen Gleichgewichtsbedingungen an und berechnen Sie daraus die Lagerkräfte in A und B.



Lösung:

Freikörperbild

0.5 Punkt



Gleichgewichtsbedingungen:

$$\uparrow: A_V - F \sin \alpha + B = 0$$

$$\to: A_H - F \cos \alpha = 0$$

$$\sum M^{(A)} = 0: -aF \sin \alpha + (a+b)B = 0$$

für jede richtige Gleichung 0.5 Punkt

 \Downarrow

$$A_{H} = F \cos \alpha$$

$$A_{V} = \frac{b}{a+b} F \sin \alpha$$

$$B = \frac{a}{a+b} F \sin \alpha$$

für jedes richtiges Ergebnis 0.5 Punkt

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

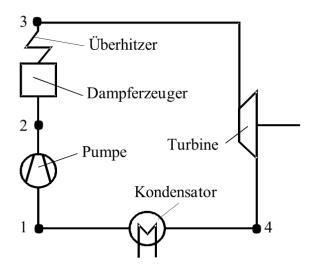
2 Technische Thermodynamik

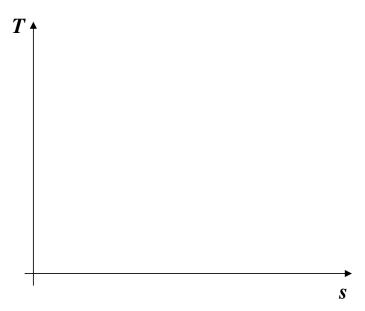
a) Clausius-Rankine-Prozess

(3 Punkte)

Die Skizze rechts zeigt den Clausius-Rankine Prozess eines Kraftwerkes mit einer Pumpe, einem Dampferzeuger (evaporator), einem Überhitzer (superheater), einer Turbine und einem Kondensator.

Skizzieren Sie den Prozess mit allen seinen Zuständen 1 bis 4 qualitativ in das T,s-Diagramm (temperature-entropy diagram).

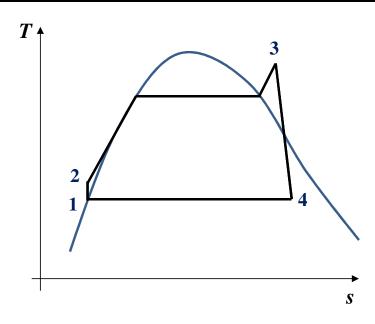




Lösung:

Name, Vorname:

Geburtsdatum:



Name, Vorname: _____ Geburtsdatum: ____

b) Verbrennung (3 Punkte)

Isobutanol $C_4H_{10}O$ wird mit Luft bei einem großen Luftüberschuss von $\lambda=2,1$ vollständig verbrannt. Bestimmen Sie die je kmol Isobutanol zugeführte Luftmenge.

Lösung:

Reaktionsgleichung: (1,5 Punkte)

1 kmol C₄H₁₀O + 6 kmol O₂ \rightarrow 4 kmol CO₂ + 5 kmol H₂O

Luftmenge: (1,5 Punkte)

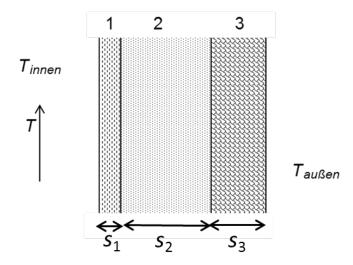
$$\bar{L} = 6 \frac{\text{kmol O}_2}{\text{kmol Isobutanol}} \cdot \frac{2,1}{0,21} \frac{\text{kmol Luft}}{\text{kmol O}_2}$$
$$= 60 \frac{\text{kmol Luft}}{\text{kmol Isobutanol}}$$

Name, Vorname:	Geburtsdatum:
----------------	---------------

c) Wärmeleitung (4 Punkte)

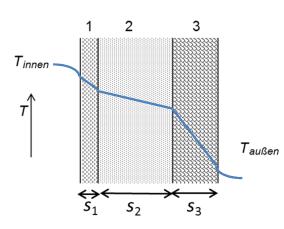
Die Skizze zeigt eine ebene Wand, die aus drei Schichten besteht. Die Dicken der Schichten sind $s_1 = 10$ cm, $s_2 = 50$ cm und $s_3 = 30$ cm. Die Lufttemperatur auf der Innenseite beträgt $T_{\rm innen} = 25^{\circ}{\rm C}$ und die auf der Außenseite $T_{\rm außen} = 5^{\circ}{\rm C}$. Für die Wärmeleitfahigkeiten (thermal conductivities) der drei Schichten gilt: $\lambda_1 = 0.25~{\rm Wm^{-1}K^{-1}}$, $\lambda_2 = 1~{\rm Wm^{-1}K^{-1}}$, $\lambda_3 = 0.1~{\rm Wm^{-1}K^{-1}}$. Für die Wärmeübergangskoeffizienten (heat transfer coefficients) an der Innen- und Außenseite gilt: $\alpha_{\rm innen} = 20~{\rm Wm^{-2}K^{-1}}$, $\alpha_{\rm außen} = 20~{\rm Wm^{-2}K^{-1}}$.

Skizzieren Sie qualitativ den Temperaturverlauf zwischen T_{innen} und $T_{\text{außen}}$ in die Skizze hinein.



Geben Sie eine Formel an für die **Wärmestromdichte** (heat flux, SI-Einheit: Wm⁻²), die von Innen nach Außen übertragen wird. Verwenden Sie dafür ausschließlich die in der Aufgabe angegebenen Größen, ohne deren Zahlenwerte einzusetzen.

Lösung:



(2 Punkte)

Spezifischer Wärmewiderstand:

$$R \ = \ \frac{1}{\alpha_{\rm innen}} + \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_{\rm außen}}$$

Wärmestromdichte:

$$\dot{q} = \frac{T_{\text{innen}} - T_{\text{außen}}}{R}$$

(2 Punkte)

Name, Vorname:	 Geburtsdatum:	

3 Numerische Berechnungsverfahren

a) Finite Elemente (5 Punkte)

Im Intervall [0, 1] sei ein finites Element durch den Ansatz

$$\phi(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2$$

und die lokalen Knotenvariablen $\phi_1 = \phi(0)$, $\phi_2 = \phi(1)$ und $\phi_3 = \phi'(0)$ definiert. Bestimmen Sie die zugehörigen lokalen Formfunktionen.

Lösung:

Bedingungen zur Bestimmung von a_1, a_2, a_3 :

$$\phi_1 = \phi(0) = a_1$$

 $\phi_2 = \phi(1) = a_1 + a_2 + a_3$ für jede richtige Gleichung 1 Punkt
 $\phi_3 = \phi'(0) = a_2$

Dies ergibt:

$$a_1 = \phi_1, \ a_2 = \phi_3, \ a_3 = \phi_2 - \phi_1 - \phi_3$$

Einsetzen in den Ansatz:

$$\phi(x) = \phi_1(1 - x^2) + \phi_2 x^2 + \phi_3(x - x^2)$$
1 Punkt

Die lokalen Formfunktionen sind also:

$$N_1(x) = 1 - x^2$$
, $N_2(x) = x^2$, $N_3(x) = x - x^2$ 1 Punkt

Name, Vorname: _____ Geburtsdatum: ____

b) Fehlerabschätzung

(5 Punkte)

Aus drei Finite-Volumen-Berechnungen mit äquidistanten Gittern mit den Gitterweiten $h_1 = 24$, $h_2 = 12$ und $h_3 = 6$ ergeben sich die Lösungen $\phi_1 = 81$, $\phi_2 = 17$ und $\phi_3 = 9$. Welche Ordnung hat das Verfahren und wie groß ist der Diskretisierungsfehler für ϕ_3 ?

Lösung:

Für ein Verfahren der Ordnung p gilt:

$$\phi - \phi_i = Ch_i^p$$
 für $i = 1, 2, 3$ (3 Punkte)

mit der exakten Lösung ϕ und einer Konstanten C. Mit $h_1 = 4h_3$ und $h_2 = 2h_3$ ergibt sich:

$$2^p = \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_2 - \phi_3} = 8,$$

also p = 3. Für den Fehler gilt:

$$\phi - \phi_3 = \frac{\phi_2 - \phi_3}{1 - 2^p} = -\frac{8}{7}$$
 (2 Punkte für Endergebnis)

Name, '	Vorname:	Geburtsdatum:	

4 Systemtheorie und Regelungstechnik

Hinweis: Die Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung

$$3\dot{y} + 2y = 2\dot{u} - u,$$

die das Antwortsignal y(t) eines Systems aufgrund eines Eingangssignals u(t) beschreibt.

a) Systemanalyse (4 Punkte)

Stellen Sie die Übertragungsfunktion $F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ des Systems auf. Wie lautet die statische Verstärkung K? Treffen Sie eine Aussage zur Stabilität des Systems und geben Sie an, ob es phasenminimal ist. (Hinweis: $K = \lim_{s \to 0} F(s)$.)

Lösung:

Anwendung der Laplace-Transformation und Umstellen liefert:

$$3sY(s) + 2Y(s) = 2sU(s) - U(s)$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2s - 1}{3s + 2}$$
 (1 Punkt)

Die statische Verwendung ergibt sich durch Anwendung des Endwertsatzes der Laplace-Transformation (siehe Hinweis) zu:

$$K = \lim_{s \to 0} F(s) = \lim_{s \to 0} \frac{2s - 1}{3s + 2} = -\frac{1}{2}$$
 (1 Punkt)

Zur Beurteilung der Stabilität werden die Polstellen des Systems berechnet:

$$N(s) = 3s + 2 \quad \Rightarrow s = -\frac{2}{3}$$

Die Polstelle liegt in der linken komplexen Halbebene, somit ist das System stabil. (1 Punkt) Zur Beurteilung der Phasenminimalität werden weiterhin die Nullstellen q des Systems berechnet:

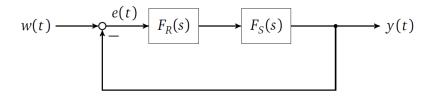
$$Z(s) = 2s - 1 \quad \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

Die Nullstelle liegt in der rechten komplexen Halbebene, somit ist das System nichtphasenminimal. (1 Punkt)

Name,	Vorname:	Geburtsdatum:	

b) Stabilität (4 Punkte)

Ein System habe nun die Übertragungsfunktion $F_S(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)}$ und werde mit einem P-Regler $(F_R(s) = K_R)$ im Vorwärtszweig geregelt. Es ergibt sich der folgende allgemeine Aufbau des Regelkreises:



Wie lautet die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $F(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$? Bestimmen Sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums den Wertebereich der Verstärkung K_R , für den der geschlossene Regelkreis stabil ist. (Hinweis: Die Definition des Hurwitz-Kriteriums finden Sie weiter unten auf dieser Seite.)

Lösung:

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises lautet:

$$F(s) = \frac{F_S(s)F_R(s)}{1 + F_S(s)F_R(s)}$$

$$= \frac{\frac{K_R}{(s-1)(s+2)}}{1 + \frac{K_R}{(s-1)(s+2)}} = \frac{K_R}{s^2 + s - 2 + K_R}$$
(1 Punkt)

Durch Anwendung des Hurwitz-Kriteriums folgt, dass für Stabilität gelten muss:

$$a_0 = -2 + K_R \stackrel{!}{>} 0$$
 (1 *Punkt*)

Somit ergibt sich für die gesuchte Reglerverstärkung:

$$K_R > 2$$
 (1 Punkt)

Hurwitz-Kriterium

Für ein System, dessen Ordnung wie im vorliegenden Fall n < 3 ist, kann zur Bestimmung der Stabilität eine vereinfachte Form des Hurwitz-Kriteriums betrachtet werden. Ein System ist dann stabil, wenn die folgenden zwei Bedingungen erfüllt sind:

- 1. Alle Koeffizienten a_0, a_1, \ldots, a_n des Nennerpolynoms sind vorhanden.
- 2. Alle Koeffizienten a_i sind positiv: $a_i > 0$, i = 0, 1, ..., n

Masterzulassung MPE, 2017-8-15	
Name, Vorname:	Geburtsdatum:
c) Frequenzgang	(2 Punkte)
Nennen Sie zwei Möglichkeiten, um den F	Frequenzgang eines Systems graphisch darzustellen.
Lösung:	
Mögliche Antworten (eine richtige Antwor	rt jeweils 1 Punkt):
• Bodediagramm	

 \bullet Ortskurve

iviasicizulassulig ivii L, ZUII-U-I	Masterzulassung	MPE,	2017-8-	-15
-------------------------------------	-----------------	------	---------	-----

Name, Vorname:	Geburtsdatum:	
	·	

5 Maschinenelemente und Mechatronik

Teilaufgabe: Maschinenelemente

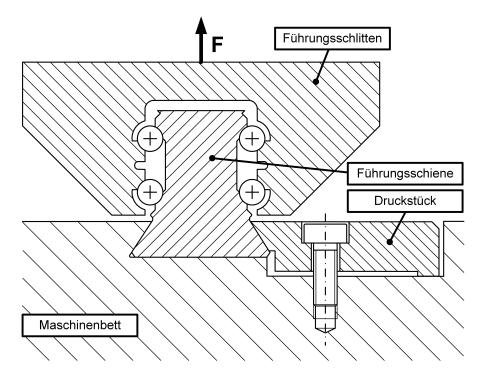
a) Lagerungen/Führungen

(1 Punkt)

Im Bild ist eine Linearführung dargestellt:

- die Führungsschiene ist in das Maschinenbett eingesetzt
- die Führungsschiene ist durch Verschrauben von Druckstücken geklemmt
- der Kraftfluss teilt sich auf beide Seiten der Führung auf

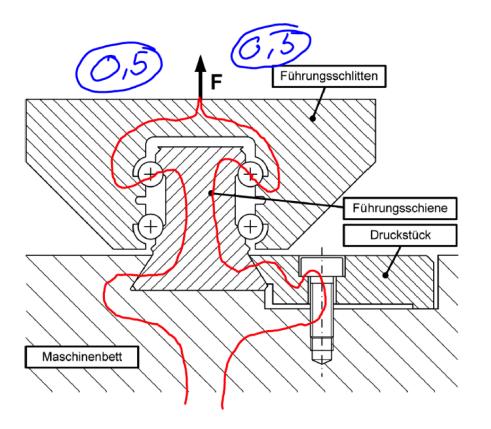
Zeichnen Sie in die Abbildung den Kraftfluss ausgehend von der KraftF bis ins Maschinenbett.



٨	10ctorz	laccuna	MDE	2017	0 15
۱۱	/lasterzu	lassung	MPE.	2017-	გ-15

Name,	Vorname:	Geburtsdatum:	

Lösung:



Name,	Vorname:	Geburtsdatum:	

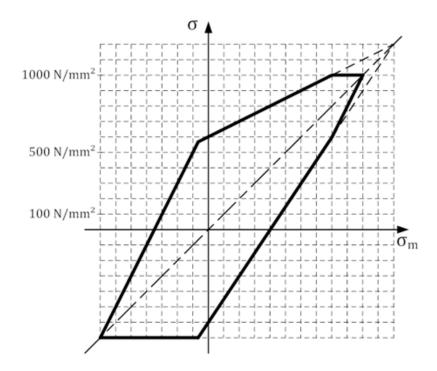
b) Dauerfestigkeitsberechnung

(2 Punkte)

Im Dauerfestigkeitsdiagramm nach Smith sind Ausschlagfestigkeiten (ertragbare Ausschlagspannungen) σ_A in Abhängigkeit der auftretenden Beanspruchungszustände abgebildet.

Kennzeichnen Sie die Ausschlagfestigkeiten σ_A für untenstehende Beanspruchungszustände I, II und III im abgebildeten Dauerfestigkeitsdiagramm nach Smith und geben Sie die entsprechenden Werte für σ_A in der Tabelle an.

Beanspruchungszustand		${\bf Ausschlagfestigkeit}\sigma_{A}[{\bf N/mm^{2}}]$
I	$\sigma_m = 0 = konst.$	
II	$\sigma_m = \sigma_a = konst.$	
III	$\sigma_m = 0.9 R_{p0,2} = konst.$	



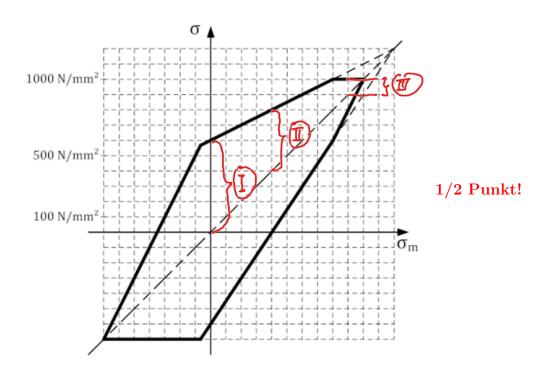
Name,	Vorname:	Geburtsdatum:	

Lösung:

Verteilung der Punkte für die Tabelle

• 1/2 Punkt pro richtige Antwort

Beanspruchungszustand		${\bf Ausschlagfestigkeit}\sigma_{A}[{\bf N/mm^{2}}]$
\mathbf{I}	$\sigma_m = 0 = konst.$	600
II	$\sigma_m = \sigma_a = konst.$	400
III	$\sigma_m = 0.9 R_{p0,2} = konst.$	100



Name,	Vorname:	Geburtsdatum:	

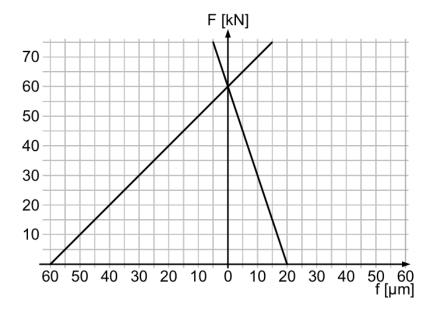
c) Schraubenverbindung

(2 Punkte)

Bei einer Schraubenverbindung wird die Schraube infolge einer Betriebskraft F_B um $\Delta f = 10~\mu\mathrm{m}$ gelängt.

Zeichnen Sie in das dargestellte Verspannungsdiagramm nach RÖTSCHER folgende Kraftgrößen (Kraftpfeile) ein:

- Betriebskraft F_B
- Restklemmkraft F_{KR}
- Schraubenzustandskraft F_{SA}



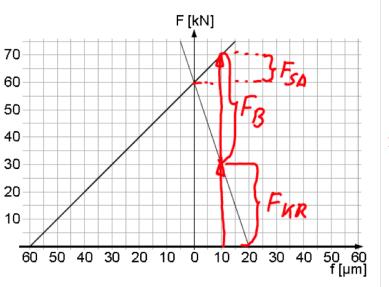
Bestimmen Sie ferner die jeweiligen Werte für den belasteten Zustand und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein.

F_B	
F_{KR}	
F_{SA}	

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

Lösung:



1/2 Punkt!

Verteilung der Punkte für die Tabelle

• 1/2 Punkt pro richtige Antwort

F_B	40 kN
F_{KR}	30 kN
F_{SA}	10 kN

Masterzulassung MPE, 2017-8-15		
Name, Vorname:	Geburtsdatum:	

Teilaufgabe: Mechatronik

a) Analogie Elektrik/Mechanik

(2,5 Punkte)

Bei der grundlegenden Modellbildung lassen sich Analogien zwischen der Elektrik und der Mechanik aufstellen. Ergänzen Sie die Tabelle und ordnen Sie den Begriffen der Elektrik die jeweils entsprechenden Begriffe der Mechanik zu.

Elektrik	Mechanik
Spannung	
Strom	
Kondensator	
Ohm'scher Widerstand	
Spule	

Lösung:

Verteilung der Punkte für die Tabelle: 1/2 Punkt pro richtige Antwort

Elektrik	Mechanik
Spannung	Kraft
Strom	Geschwindigkeit
Kondensator	Feder
Ohm'scher Widerstand	Dämpfer
Spule	Masse

Name, \	Vorname:	Geburtsdatum:	
,			

b) Elektromagnetischer Aktor

(2,5 Punkte)

Der nachfolgend dargestellte elektromagnetische Aktor soll weiter betrachtet werden.

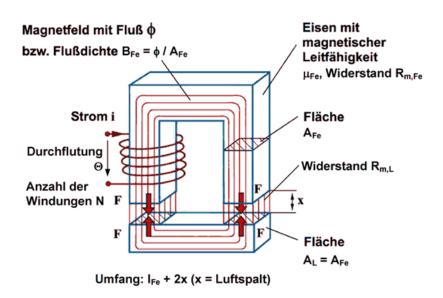
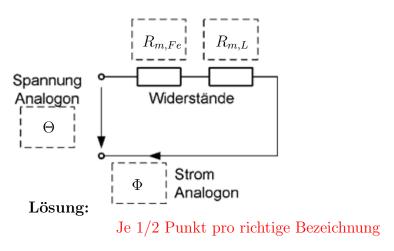


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Elektromagneten

Zwischen elektrischem und magnetischem Kreis lassen sich Analogien herstellen. Ergänzen Sie in den gestrichelten Kästchen die entsprechenden Symbole analog zu den eingetragenen Größen des elektrischen Stromkreises. Benutzen Sie dabei die Symbole aus der schematischen Darstellung des Elektromagneten.



Hinweis für die Korrektoren: Widerstände auch in vertauschter Reihenfolge richtig.

Masterzulassung MPE, 2017-8-15				
Name, Vorname:	Geburtsdatum:			
Bei dem Elektromagneten aus Abbildung Kraft von $F=10$ N. Wie groß ist die Krentgegengesetzter Richtung?	1 ergibt sich bei einem Strom von $i=1$ A eine raft bei einem Strom gleichen Betrages in			
$\begin{array}{ccc} \square & 10 \text{ N} \\ \square & -10 \text{ N} \end{array}$				
Lösung:				

10 N

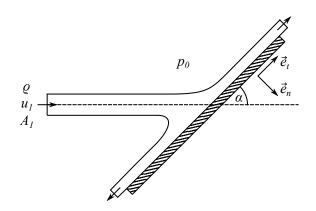
1/2 Punkt

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

6 Technische Strömungslehre

(5 Punkte) a) Impulssatz



Ein Freistrahl mit der Geschwindigkeit u_1 , der Querschnittsfläche A_1 und der Dichte ϱ trifft auf eine ebene Platte, die unter dem Winkel α zur Horizontalen geneigt ist. Der Freistrahl teilt sich an der Platte in zwei Strahlen auf, die tangential zur Platte abströmen. Die Geschwindigkeiten können als konstant über den jeweiligen Strömungsquerschnitt angenommen werden. Die Strömung ist stationär, reibungsfrei, inkompressibel und eben. Der Umgebungsdruck ist $p_0 = 0$. Volumenkräfte sind zu vernachlässigen.

Geg.: ρ , u_1 , A_1 , α

i) Der Impulssatz in Integralform lautet:

$$\iiint\limits_{V} \frac{\partial \left(\varrho \vec{u}\right)}{\partial t} dV + \iint\limits_{S} \varrho \vec{u} \left(\vec{u} \cdot \vec{n}\right) dS = \iiint\limits_{V} \varrho \vec{k} dV + \iint\limits_{S} \vec{t} dS$$

Vereinfachen Sie den Impulssatz unter den gegebenen Voraussetzungen und berechnen Sie die Kraft F_n in Normalenrichtung \vec{e}_n auf die Platte.

ii) Was gilt für die Kraft F_t in Tangentialrichtung \vec{e}_t zur Platte? Bitte ankreuzen.

$$\bigcirc$$
 $F_t > 0$

$$\bigcap F_t = 0$$

$$\bigcap$$
 $F_t < 0$

Lösung:

i)

$$\iint_{S} \varrho \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n}) \, dS = \iint_{S} \vec{t} \, dS \quad \Rightarrow \quad \iint_{S} \varrho \vec{u} \cdot \vec{e}_{n} (\vec{u} \cdot \vec{n}) \, dS = -F_{n}$$

$$\Rightarrow \quad -\varrho u_{1}^{2} A_{1} \sin \alpha = -F_{n} \quad \Rightarrow \quad F_{n} = \varrho u_{1}^{2} A_{1} \sin \alpha$$
1.5 Punkte

$$\Rightarrow -\varrho u_1^2 A_1 \sin \alpha = -F_n \quad \Rightarrow \quad F_n = \varrho u_1^2 A_1 \sin \alpha$$

1.5 Punkte

ii)

$$\bigcap F_t > 0$$

$$\bigotimes$$
 $F_t = 0$

$$\bigcirc$$
 $F_t < 0$

1 Punkt

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

b) Navier-Stokes Gleichungen

(1 Punkt)

Für eine Newtonsche Flüssigkeit seien die Navier-Stokesschen Gleichungen in der Form

$$\varrho \frac{\mathbf{D}\vec{u}}{\mathbf{D}t} = \varrho \vec{k} - \nabla p + \frac{4}{3}\eta \, \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) - \eta \nabla \times (\nabla \times \vec{u})$$

gegeben. Wie vereinfacht sich diese Form für eine inkompressible Potentialströmung?

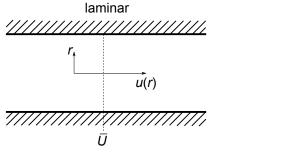
Lösung:

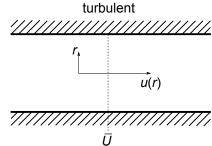
$$\varrho \frac{\mathbf{D}\vec{u}}{\mathbf{D}t} = \varrho \vec{k} - \nabla p$$

1 Punkt

c) Rohrströmung

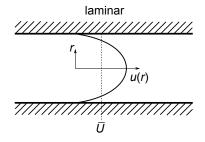
(2 Punkte)

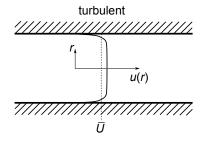




Tragen Sie qualitativ in die oberen Skizzen den Verlauf der zeitgemittelten Geschwindigkeit über den Querschnitt eines geraden Kreisrohres für voll ausgebildete laminare und turbulente Strömung bei gleicher mittlerer Geschwindigkeit \overline{U} auf.

Lösung:





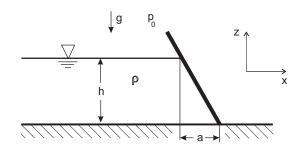
2 Punkte

Name, Vorname:

Geburtsdatum:

d) Hydrostatik

(2 Punkte)



Ein Kanal ist bis zur Höhe h mit Flüssigkeit der Dichte ϱ =const gefüllt und wird durch eine Platte (Breite b senkrecht zur Zeichenebene) verschlossen.

Wie groß ist die Kraft F_x in x-Richtung und die Kraft F_y in y-Richtung auf die Platte?

Lösung:

 $p_S = \rho \, g \, \frac{h}{2}$ Druck im Schwerpunkt, A_x projizierte Fläche in x-Richtung

$$\Rightarrow F_x = p_S A_x = \rho g \frac{h}{2} h b$$

1 Punkt

Prinzip Ersatzkörper: $F_z = \rho\,g\,V,\,V = \frac{a\,h}{2}\,b$

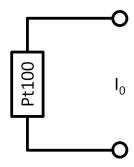
$$\Rightarrow F_z = \rho g \, \frac{a \, h}{2} \, b$$

1 Punkt

Geburtsdatum:

7 Messtechnik und Sensorik

Hinweis: Die jeweiligen Aufgabenteile 1, 2, 3 und 4 sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Für eine Temperaturmessung wird folgende Schaltung eines Pt100 benutzt.



a) Sensor (1 Punkt)

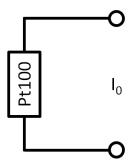
Beschreiben Sie das Wirkprinzip eines Pt100.

Lösung:

Der Widerstand des Pt100 ändert sich mit der Temperatur. Durch die Messung der Spannung bei gegebenem Versorgungsstrom wird der Widerstand bestimmt. (1 Punkt)

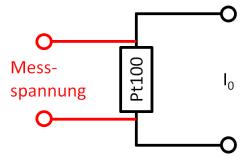
b) Messung (1 Punkt)

Angenommen die Versorgungsleitungen in der gezeigten Schaltung haben einen unbekannten und schwankenden Widerstand. Wie kann man die Schaltung erweitern, um die Präzision der Messung zu erhöhen?



Lösung:

Name, Vorname: _____ Geburtsdatum: _____



(1 Punkt)

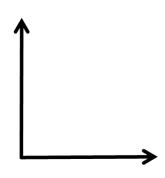
Alternative Lösung: Spannung direkt am Pt100 Messen.

(1 Punkt)

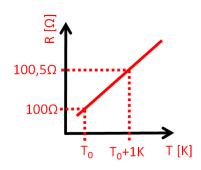
Name, Vorname: _____ Geburtsdatum: ____

c) Sensitivität (3 Punkte)

Das Pt100 habe eine Sensitivität $\alpha_0 = 5 \cdot 10^{-3} \, K^{-1}$. Zeichnen Sie die dazu gehörige Kennlinie in das Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen so, dass die Sensitivität aus dem Diagramm hervorgeht.



Lösung:



$$\alpha_0 = \frac{\Delta R/R_0}{\Delta T}$$
Achsenbeschriftung (1 Punkt)
Linearität (1 Punkt)
richtige Steigung (1 Punkt)

d) Fehlerschranken (5 Punkte)

Für die Messung einer konstanten Temperatur werden 5 Einzelmessungen mit dem Pt100 durchgeführt. Die Messwerte sind in folgender Tabelle angegeben:

Geben Sie den Messwert mit Fehlerschranken für ein Konfidenzintervall von 95% an. Gehen Sie davon aus, das die Schätzfunktionen Normalverteilt sind.

Lösung:

geschätzter Mittelwert:

$$M_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} T_i = \frac{1}{5} (47 + 51 + 54 + 47 + 51) \,^{\circ}C = 50 \,^{\circ}C$$
 (1 Punkt)

geschätzte Standardabweichung:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - M_T)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} (3^2 + 1^2 + 4^2 + 3^2 + 1^2)} \, ^{\circ}C = 3 \, ^{\circ}C$$
 (1 Punkt)

Standardabweichung der Mittelwertschätzung:

$$\sigma_M = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \,^{\circ}C = 1,34 \,^{\circ}C \tag{1 Punkt}$$

Vertrauensintervall
$$95\% \Rightarrow$$
 Erweiterungsfaktor k=1,96: (1 Punkt)

Fehlerschranke =
$$\sigma_M k = 1,34 \,^{\circ}C \cdot 1,96 = 2,63 \,^{\circ}C$$
 (1 Punkt)

 $T = 50 \,{}^{\circ}C \pm 2,63 \,{}^{\circ}C$ (95% Vertauensintervall)